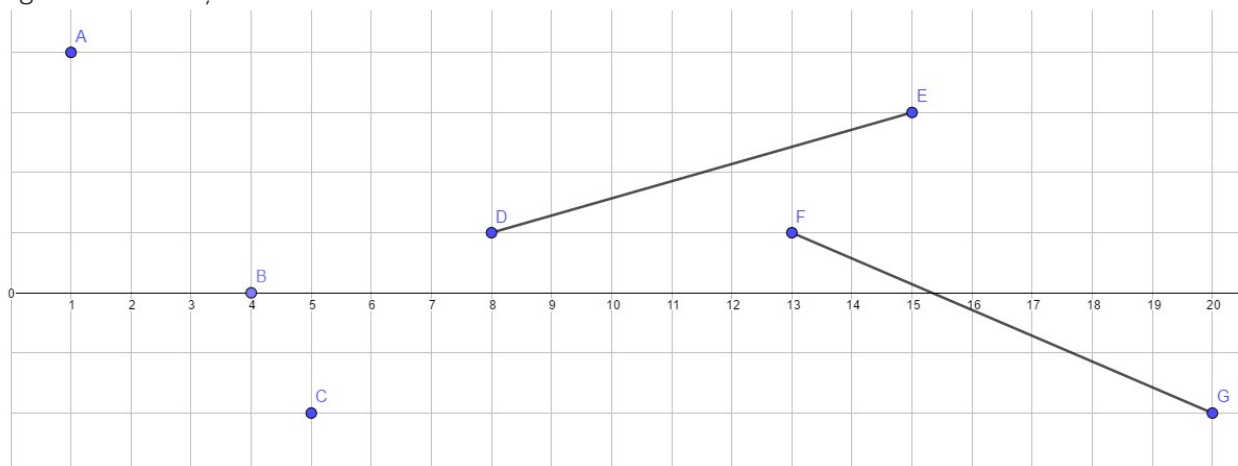


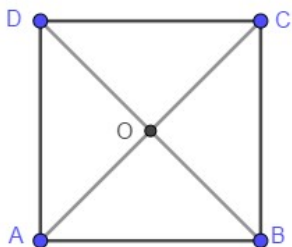
Fișă de lucru - Relații metrice în triunghiul dreptunghic

Proiecții ortogonale pe o dreaptă

- 1) Care e distanța de la originea axei numerelor reale a punctelor A,B,C și a extremităților segmentelor DE și FG:



- 2) Fie ABCD un pătrat cu centru O. Determinați următoarele proiecții:



- | | |
|----------------|----------------|
| a) $pr_{BD}A$ | b) $pr_{BD}A$ |
| c) $pr_{AD}AB$ | d) $pr_{AC}AB$ |
| e) $pr_{AB}AC$ | f) $pr_{CD}AB$ |

Teorema înălțimii: Într-un triunghi dreptunghic, lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei este egală cu media geometrică a lungimilor proiecțiilor catetelor pe ipotenuză.

Reciproca teoremei înălțimii: Dacă într-un triunghi ABC, care nu este triunghi obtuzunghic, lungimea înălțimii AD este media geometrică a lungimilor proiecțiilor laturilor AB și AC pe BC, atunci triunghiul este dreptunghic.

- 3) Fie ABC un triunghi dreptunghic cu $\hat{A} = 90^\circ$, înălțimea AD corespunzătoare ipotenuzei împarte ipotenuza în două părți de lungimea 2 cm respectiv 3 cm. Aflați lungimea înălțimii AD.
- 4) Aflați lungimile segmentelor BD și CD în triunghiul dreptunghic cu $\hat{A} = 90^\circ$ și înălțimea AD de 12 cm știind că lungimea segmentului BD e 36% din lungimea segmentului DB.
- 5) În triunghiul ABC dreptunghic în \hat{C} distanța dintre punctul C și ipotenuză e de 8 cm știind că DB e de patru ori mai mare decât AD.
- 6) Într-un triunghi proiecția celei mai mici laturi pe cea mai mare latură e de 4 cm, proiecția laturii mijociei pe cea mai mare latură e de 9 cm și latura cea mai mică e de 6 cm. Este oare dreptunghic acest triunghi?
- 7) Fie ABC un triunghi dreptunghic în A, cu măsura unghiului $\hat{B} = 30^\circ$, AD înălțimea corespunzătoare ipotenuzei, unde $D \in BC$. Știind că cateta AC are lungimea de 10 cm, calculați lungimile segmentelor BC și CD, respectiv lungimea înălțimii AD.
- 8) În trapezul isoscel ABCD avem $AB \parallel DC$, $AC \perp BC$, lungimea laturilor $AB=18$ cm și $DC=14$ cm. Calculați lungimea proiecției BC pe latura AB, respectiv înălțimea trapezului.

Teorema catetei: Într-un triunghi dreptunghic, pătratul lungimii unei catete este egal cu produsul dintre lungimea ipotenuzei și lungimea proiecției acelei catete pe ipotenuză.

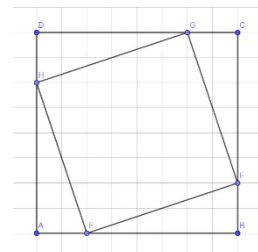
Reciproca teoremei catetei: Fie triunghiul ABC și $D = \text{pr}_{BCA}$. Dacă D aparține segmentului BC și este verificată una din relațiile: $AB^2 = BC \cdot BD$ sau $AC^2 = BC \cdot CD$, atunci triunghiul ABC este dreptunghic în A.

- 9) Într-un triunghi isoscel dreptunghic cunoaștem lungimea ipotenuzei de 10 cm. Calculați lungimea catetelor și a înălțimii.
- 10) Fie ABC un triunghi dreptunghic în care înălțimea corespunzătoare ipotenuzei împarte ipotenuza în două segmente, una de 5,4 cm celălalt de 9,6 cm. Calculați lungimea catetelor și a înălțimii menționate, apoi raza cercului circumscris triunghiului.
- 11) Raportul catetelor într-un triunghi dreptunghic este $a : b = 2 : 3$. Ipotenuza are lungimea de 6,5 cm. Calculați lungimea catetelor și a înălțimii corespunzătoare ipotenuzei.
- 12) Fie ABC un triunghi cu înălțimea AD unde $D \in BC$. Știind că $AC=6$ cm, $BC=12$ cm și $BD=3$ cm decideți dacă triunghiul e dreptunghic sau nu.

Teorema lui Pitagora: Într-un triunghi dreptunghic, pătratul lungimii ipotenuzei este egal cu suma pătratelor lungimilor catetelor.

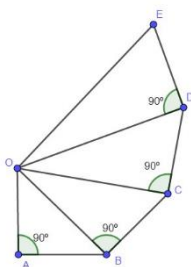
Reciproca teoremei lui Pitagora: Dacă pătratul lungimii unei laturi este egal cu suma pătratelor lungimilor celorlalte două laturi, atunci triunghiul este dreptunghic, unghiul drept fiind opus primei laturi.

- 13) Dreptunghiul ABCD are lungimea unei laturilor de 8 cm și lungimea diagonalei de $4\sqrt{5}$ cm. Calculați perimetrul dreptunghiului.
- 14) Calculați lungimea catetelor într-un triunghi dreptunghic isoscel, unde lungimea ipotenuzei este de $6\sqrt{2}$ cm.
- 15) În trapezul dreptunghic ABCD lungimea bazelor este de 12 cm și 7 cm și una dintre diagonale are lungimea de 13 cm. Calculați lungimea laturilor neperalele a trapezului.
- 16) Fie ABCD un paralelogram cu lungimea laturilor $AB=9$ cm, $AD=12$ cm și diagonala $BD=15$ cm. Demonstrați că patrulaterul ABCD este un dreptunghi.
- 17) În figura alăturată avem pătratul ABCD cu lungimea laturei $AB=8$ cm și $AE=BF=CG=DH=2$ cm.



- a) Calculați lungimile laturilor și diagonalelor patrulaterului EFGH.
- b) Demonstrați că patrulaterul EFGH este un pătrat.
- c) Ce lungime ar trebui să aibă segmentul AE astfel încât aria pătratului EFGH să aibă valoarea minimă.

- 18) Triunghiurile OAB, OBC, OCD și ODE sunt dreptunghice, $\widehat{OAB} = \widehat{OBC} = \widehat{OCD} = \widehat{ODE} = 90^\circ$ și $OA=AB=BC=CD=DE=1$ cm (vezi figura de mai jos).



- a) Calculați lungimile segmentelor OB, OC, OD, OE.
- b) Fie $s = OA + OB + OC + OD + OE$. Arătați că $7 < s < 10$.
- c) Descrieți un procedeu prin care se poate construi un segment cu lungimea de $\sqrt{10}$ cm.

Bibliografie

1. Simon Jozsef, *Matematică, Cls.VII-a teorie și probleme(lb.magh.)* – editura ALUTUS- Miercurea Ciuc, Romania, 2019

2. Sorin Doru Noaghi, Dorin Linț, Maranda Linț, Lucian Nicolae Pițu: *Matematică. Manual pentru clasa a VII -a-* Editura Litera București, România, 2019